BASEL LANDSCHAFT
BILDUNGS-, KULTUR- UND SPORTDIREKTION
GYMNASIUM OBERWIL

Fachmittelschul-Ausweis 2023
Mathematik

Klasse / Kurs:	F3a, F3b, F3c
Anzahl Seiten (mit Deckblatt):	11
Inhalt:	FMS-Abschlussprüfung 2023 Mathematik schriftlich
Anweisungen/ Erläuterungen:	Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. **Aufgabe 1** ist **ohne Taschenrechner** zu lösen. Als einziges Hilfsmittel ist in diesem Teil die **Formelsammlung** zugelassen. Wenn Sie diesen Teil erledigt haben, legen Sie alle Lösungsblätter in den vorhandenen Umschlag und geben diesen der Aufsichtsperson ab. **Achtung**: Nur diejenigen Blätter, die sich im Umschlag befinden, werden für die Bewertung des 1. Teils beachtet. Nach Abgabe von Aufgabe 1 erhalten Sie ihren Taschenrechner, um die weiteren Aufgaben zu lösen.
Hilfsmittel:	«Formelsammlung Mathematik kompakt» und ein Taschenrechner der TI30-Serie
Bewertung:	**Maximal 54 Punkte** Die erreichbare Punktzahl ist bei jeder Aufgabe angeschrieben. Für die Note 6 ist nicht die volle Punktzahl erforderlich.

Bevor Sie mit dem Lösen der Aufgaben beginnen, kontrollieren Sie bitte, ob die Prüfung gemäss obiger Aufstellung vollständig ist. Sollten Sie der Meinung sein, dass etwas fehlt, melden Sie dies bitte **umgehend** der Aufsicht.

Aufgabe 1 **(10 Punkte, je Teilaufgabe ein Punkt)**

Lösen Sie die folgenden Aufgaben ohne Taschenrechner auf separaten Blättern.

Achtung: Lösungen hier auf dem Aufgabenblatt werden auf keinen Fall berücksichtigt. Geben Sie die Lösungen im farbigen Umschlagpapier ab. Sie erhalten dann Ihren Taschenrechner.

a) **Wissenschaftliche Schreibweise**

Wandeln Sie in wissenschaftliche Schreibweise um: 0.00679

b) **Gleichungen aufstellen**

Karl geht mit seinem Sohn Hans wandern. Wenn Karl seinen Rucksack um 3.5 kg erleichtern würde und das Gewicht Hans gäbe, hätten beide einen gleich schweren Rucksack. Wenn aber Hans seinen Rucksack um 3.5 kg erleichtern würde und das Gewicht seinem Vater Karl gäbe, so hätte Karl einen dreimal so schweren Rucksack wie Hans.

Stellen Sie die beiden Gleichungen auf. Sie müssen **nicht** bestimmen, wie schwer der Rucksack von Karl und Hans ist.

c) **Formeln umformen**

Lösen Sie folgende Formel nach *r* auf: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q \cdot Q}{r^2}$

d) **Gleichungssystem lösen**

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem und geben Sie die Lösungen von *x* und *y* an.

$$\begin{vmatrix} 3x = 3y - 15 \\ y + 15 = 5x \end{vmatrix}$$

e) **Prozentrechnung**

Auf einem Konto liegen 2500 Franken. Wie viel Geld befindet sich bei einem Zinssatz von 4 Prozent nach einem Jahr auf dem Konto?

f) **Bruchrechnen**

Berechnen Sie und kürzen Sie so weit wie möglich: $\frac{14}{11} : \frac{5}{10}$

g) **Einheiten umrechnen**

Wandeln Sie um in dm^3: $2.5m^3$

h) **Binomische Formeln**

Berechnen Sie mit Hilfe der binomischen Formeln: $(s^2 - t^3)^2$

i) **Terme**

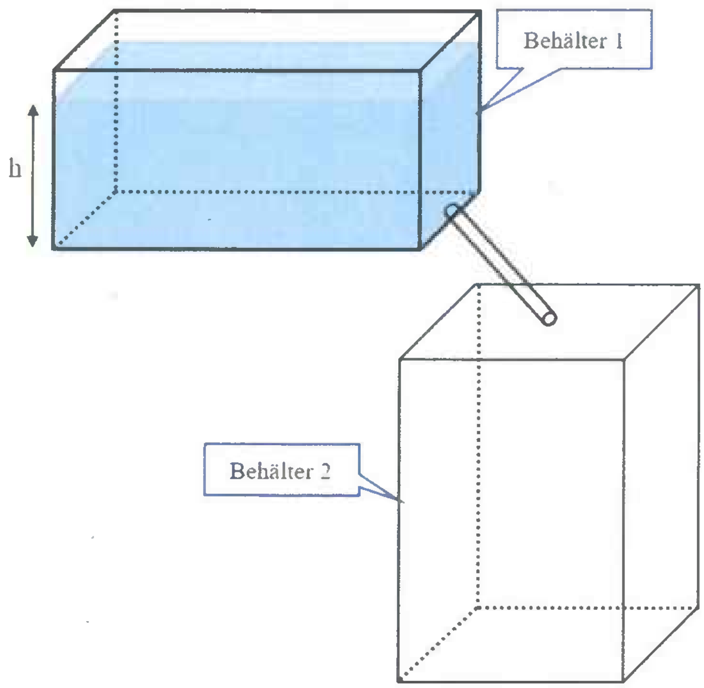
Setzen Sie $x = -3$ ein und berechnen Sie: $(x+6)^2 + x + 1$

j) **Exponentialgleichung**

Lösen Sie die Gleichung: $4 \cdot 5^x = 500$

Aufgabe 2 **(7 Punkte, 1+1+1+1+1+2 Punkte)**

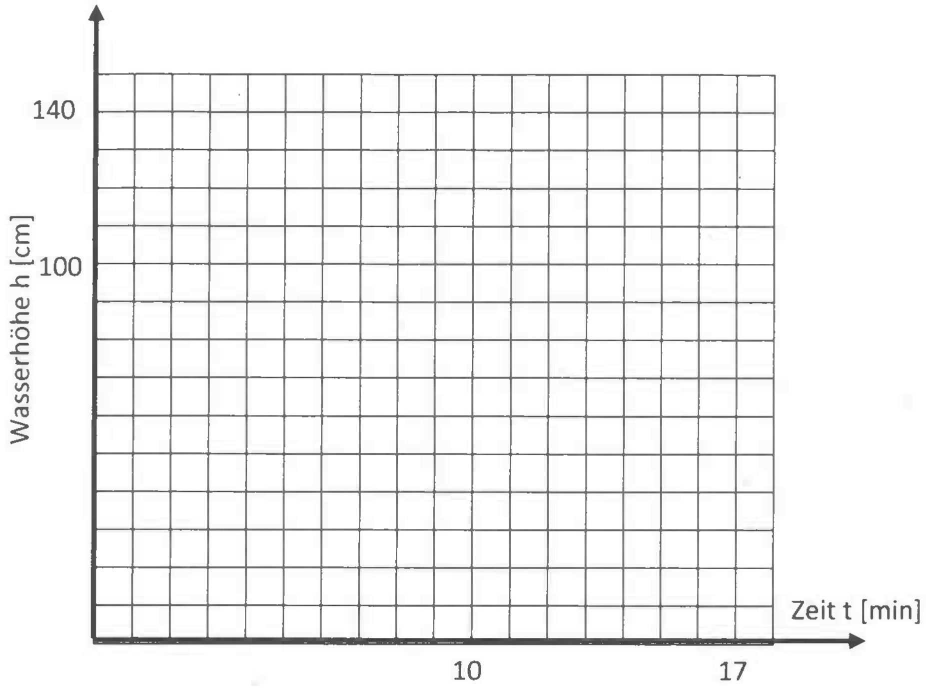
Ein quaderförmiger Behälter 1 aus Plexiglas ist mit Wasser gefüllt. Die Wasserhöhe h beträgt 140 cm. Das Wasser fliesst über ein Rohr in einen anderen quaderförmigen Behälter 2, welcher leer ist. Der Wasserspiegel im Behälter 1 sinkt in jeder Minute um 8 cm.



a) Tragen Sie in die Tabelle die Wasserhöhe im Behälter 1 zu den angegebenen Zeiten ein.

Zeit t in Minuten	Wasserhöhe h in cm
0	*140*
5	
10	
15	
17	

b) Tragen Sie die Wasserhöhe h im Behälter 1 in Abhängigkeit der Zeit t in folgende Grafik ein.



c) Stellen Sie eine Funktionsgleichung für die Berechnung der Wasserhöhe h im Behälter 1 in Abhängigkeit der Zeit t auf.

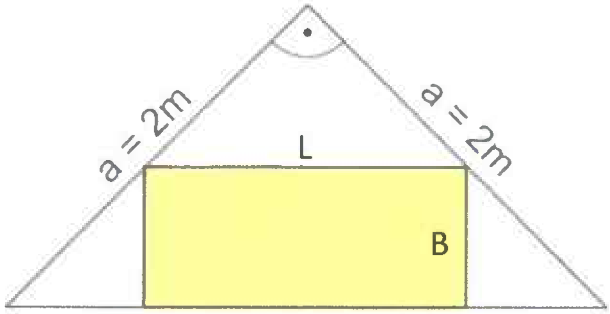
d) Berechnen Sie nach welcher Zeit t (in ganzen Minuten und Sekunden, z.B. 3min 20s) der Wasserspiegel im Behälter 1 um die Hälfte gesunken ist.

e) Pro Minute fliessen 0.1 Liter Wasser von Behälter 1 in den Behälter 2. Berechnen Sie, wie gross die Grundfläche des Behälters 1 ist.

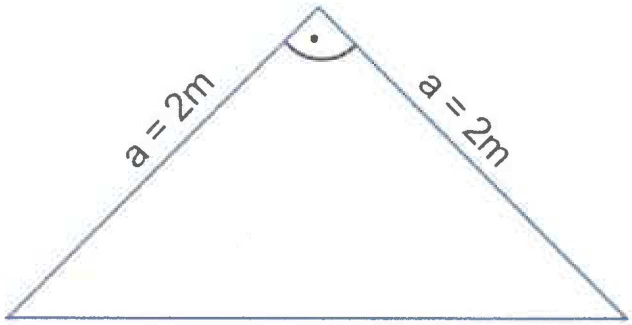
f) Im Behälter 2 steigt der Wasserspiegel in jeder Minute um 13 cm. Berechnen Sie, wann in beiden Behältern das Wasser gleichhoch steht.

Aufgabe 3 **(4 Punkte, 1+3 Punkte)**

Aus einem Blech, das die Form eines halben Quadrates mit der Seitenlänge a = 2m hat, soll ein möglichst grosses Rechteck (Länge L, Breite B) herausgeschnitten werden.



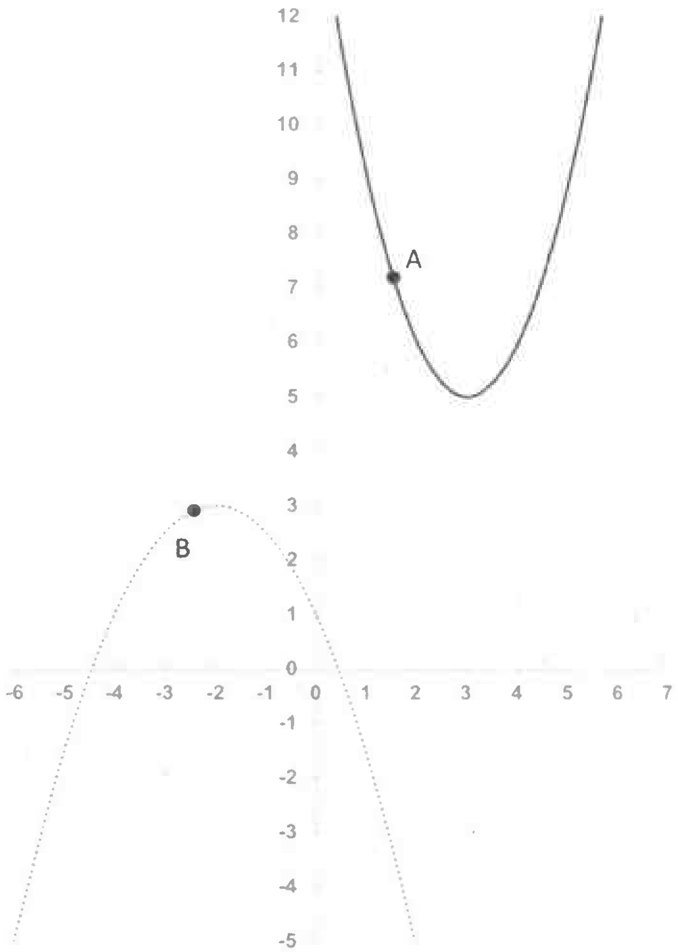
a) Zeichnen Sie in das untere, halbe Quadrat zwei weitere mögliche Rechtecke ein.



b) Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt des grösstmöglichen Rechtecks.

Aufgabe 4 **(6 Punkte, 1+2+2+1 Punkte)**

a) Bestimmen Sie aus der Grafik die Funktionsgleichung der oberen Parabel (durchgezogene Linie).



b) Die Funktionsgleichung der unteren Parabel (gepunktete Linie) in der Scheitelpunktform lautet:

$$y\,(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$$

Berechnen Sie die Nullstellen der unteren Parabel.

c) Berechnen Sie die y-Koordinate des Punktes B und die x-Koordinate des Punktes A.

B ist ein Punkt auf der unteren Parabel mit den Koordinaten $B(-2.5|y_B)$

A ist ein Punkt auf der oberen Parabel mit den Koordinaten $A(x_A|7.25)$

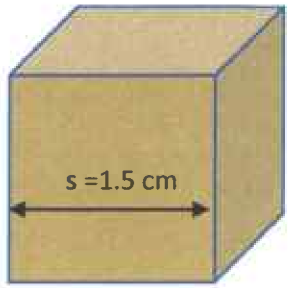
Die beiden Punkte sind nicht genau eingezeichnet.

d) Berechnen Sie den Abstand der beiden Punkte A und B. (Falls Sie c) nicht lösen konnten, dürfen Sie $x_A = 1.4$ und $y_B = 2.975$ verwenden)

Aufgabe 5 **(8 Punkte, 1+1+1+2+2+1 Punkte)**

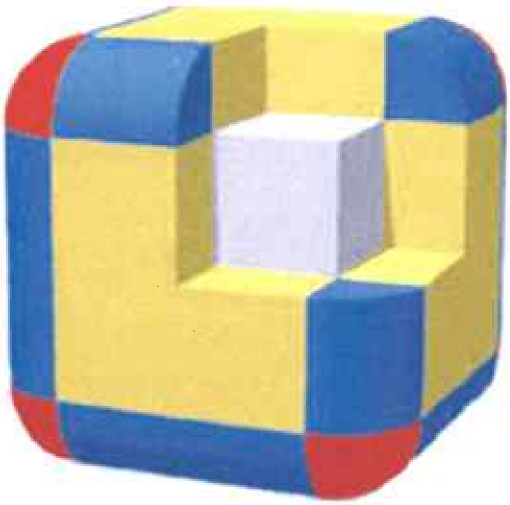
Für ein Spielcasino wird ein sogenannter Laplacewürfel hergestellt.

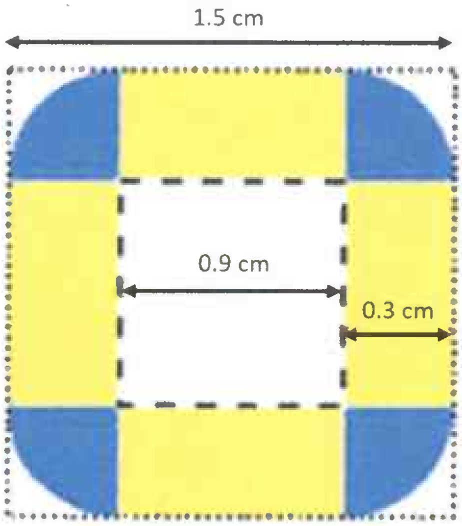
In einem ersten Schritt wird ein Kunstoffspielwürfel mit einer Kantenlänge von s = 1.5 cm gegossen (siehe rechts).



a) Welches Volumen hat dieser Spielwürfel?

In einem zweiten Schritt werden nun die Ecken und Kanten des Spielwürfels abgerundet. Die Abbildung unten rechts zeigt einen senkrechten Schnitt durch den Würfel. In der Abbildung unten links ist, zum besseren Verständnis des Aufbaus des Würfels aus unterschiedlichen Körperelementen, ein Teil des ursprünglichen Würfels entfernt.





b) Berechnen Sie die Volumina folgender Körper:

(i) Volumen des weissen Würfels, welcher vollständig im Spielwürfel liegt.

(ii) Volumina der 6 gelben Quader.

(iii) Volumina der blauen Körper, welche zu Zylindern zusammengesetzt werden können.

(iv) Volumina der roten Ecken.

c) Das Volumen des abgerundeten Würfels (Summe der Volumina aus b)) beträgt $V_{abgerundeter\ Würfel} = 3.063\ cm^3$. Berechnen Sie, wieviel Material beim Abrunden des ursprünglichen Würfels in Prozent verloren geht.

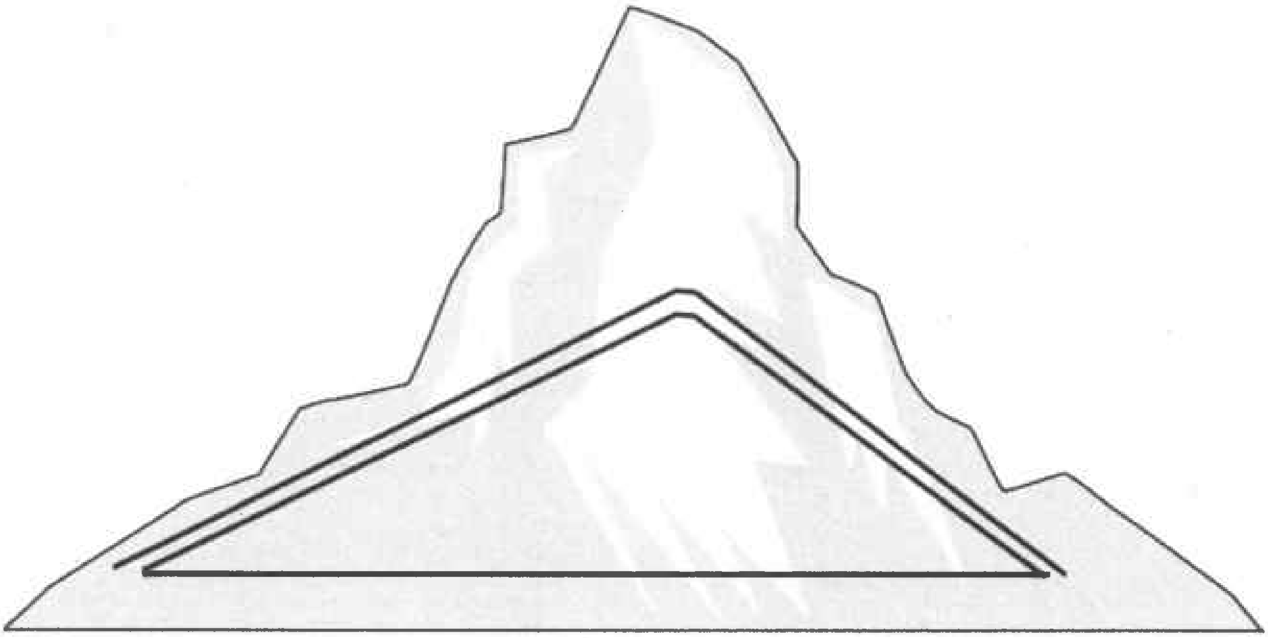
Aufgabe 6 **(5 Punkte, 1+1+1+2 Punkte)**

Durch einen Berg soll ein Tunnel aus zwei geradlinigen Teilstücken T1 und T2 getrieben werden. Die beiden Tunnelöffnungen E (Einfahrt) und A (Ausfahrt) liegen auf gleicher Höhe.

Von der Tunneleinfahrt E links im Bild steigt die Tunnelröhre T1 in einem Winkel von 3.8 °zur Horizontalen bis zur höchsten Stelle H der Tunnels. Die höchste Stelle des Tunnels befindet sich 608 m über der geradlinigen Verbindung zwischen E und A.

Von der höchsten Stelle sinkt die Tunnelröhre T2 gleichmässig und erreicht nach 5.15 km die Tunnelausfahrt in A.

a) Tragen Sie, in die nicht massstabsgetreue Skizze, alle Punkte, Längen und Winkel ein.



b) Berechnen Sie die Länge des Tunnelteilstücks von E bis zur höchsten Stelle H.

c) Berechnen Sie den Winkel, welcher das Teilstück T2 mit der Horizontalen einschliesst.

d) Berechnen Sie die Länge der geraden Verbindungslinie zwischen der Tunneleinfahrt E und der Ausfahrt A.

Aufgabe 7 **(6 Punkte, 1+1+1+1+1+1 Punkte)**

In einer Schublade befinden sich 5 verschiedenfarbige Würfel: ein gelber, ein blauer, ein grüner, ein roter und ein weisser Würfel. 4 davon sind reguläre Spielwürfel, aber einer ist manipuliert: Ein Schlaumeier hat zwei Punkte draufgemalt, und so aus der „Drei" eine „Fünf" gemacht.

Es wird nun blind in die Schublade gegriffen und mit einem Griff zwei Würfel herausgenommen.

a) Wie viele verschiedene Farbkombinationen können gezogen werden?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich der manipulierte Würfel unter den zwei gezogenen Würfeln?

Wir nehmen vorerst an, dass der manipulierte Würfel nicht gezogen wurde. Die zwei regulären Spielwürfel werden nun geworfen.

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird keine einzige 5 gewürfelt?

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird mindestens eine 5 gewürfelt?

Wir nehmen nun an, dass sich der manipulierte Würfel unter den zwei gezogenen Würfeln befindet. Diese werden wiederum geworfen.

e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird nun keine einzige 5 gewürfelt?

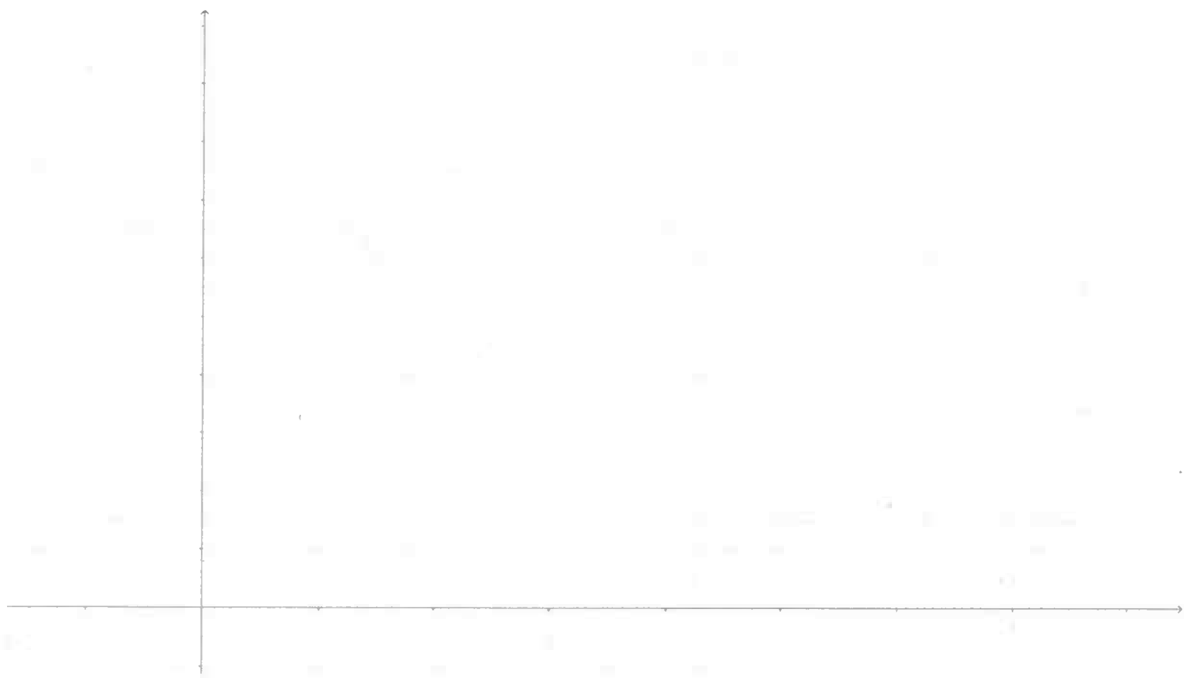
f) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Summe der Augenzahlen genau 4?

Aufgabe 8 **(8 Punkte, 1+1+1+1+1+1+2 Punkte)**

Im Land Utopia wurden immer wieder Volkszählungen durchgeführt und folgende Bevölkerungsdaten erhoben:

Jahr	1920	1940	1975	2000	2020
Bevölkerung (in Mio.)	3.7	6.69	18.8	39.37	71.11

a) Beschriften Sie das Diagramm und stellen Sie die Entwicklung der Bevölkerung von Utopia zwischen 1920 und 2020 dar. Wählen Sie Ihre Skala so, dass Sie möglichst das ganze Diagramm ausnutzen.



b) Um welche Art des Wachstums handelt es sich hier? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Berechnen Sie die absolute und die prozentuale Änderung der Bevölkerung zwischen 2000 und 2020.

d) Welche Bevölkerung erwarten Sie im Jahr 2060?

e) Berechnen Sie die prozentuale Änderung der Bevölkerung pro Jahr.

f) Die Variable x bezeichnet die Anzahl Jahre seit 1920, also $x = 3$ wäre das Jahr 1923. Wie lautet die Funktionsgleichung, welche die Einwohnerzahl von Utopia in Abhängigkeit von x berechnet?

Wenn Sie f) nicht lösen konnten, dürfen Sie im Folgenden mit der Funktion $f(x) = 5 \cdot 1.02^x$ weiterrechnen.

g) Berechnen Sie, in welchem Jahr Utopia erstmals eine Bevölkerung von über 50 Mio. hatte.